

Examining the optimal depth of the condensed topographic masses for precise  
geoid determination based on the Stokes-Helmert scheme#松尾功二<sup>1</sup>

1: 国土地理院

Koji Matsuo<sup>1</sup>

1: Geospatial Information Authority of Japan

## はじめに

Stokes(1849)は、ジオイド面上の測地境界値問題に基づき、重力データから地球のジオイド形状を決定する理論を提案した。この理論では、地球の重力ポテンシャル場を調和的にするため、ジオイド外部の質量(主に地形)を計算的に除去する必要がある。この処理は地球の質量分布を大きく変容させることから、大きな間接効果(実地球の重力ポテンシャル場との乖離)をもたらし、結果として、ジオイドの決定精度を低下させる。そこで、Helmert(1884)は、ジオイド外部の質量を無限に薄い層に凝縮し、これをジオイド面上またはジオイド内部に格納することで、間接効果を抑えたジオイド決定理論を提案した。その後、これらの理論(以下、ストークス・ヘルメルト法と呼ぶ。)はHeiskanen and Moritz(1967)やVaníček et al.(1994)らによって定式化・一般化され、様々な地域でジオイド決定に活用されるようになった。

ストークス・ヘルメルト法に基づくジオイド決定では、一般的に、凝縮したジオイド外部の質量塊はジオイド面上に格納される(e.g. Featherstone et al., 2017; Matsuo and Kuroishi, 2020)。しかし、理論的には、ジオイド面よりも20~30kmほど深い位置に格納した方が、ジオイド決定精度が高いと予想されている(Heck, 2003)。そこで、本研究では、米国コロラド州(経度250-258度、緯度35-40度)を対象に、ジオイド外部の質量塊の最適な凝縮深度について調査を行った。米国コロラド州は、平均標高が高く(約2017m)、地形起伏が急峻であることから(最高標高4385m)、正確なジオイド計算が困難な地域である。一方で、ジオイド計算に必要な各種測地データが十分に整備されている。そのため、ジオイド計算性能を評価するのに適した地域と言える。ジオイド外部の質量には大気質量と地形質量(陸氷・湖沼を含む)が含まれるが、本研究では、大気質量の扱いはGRS80(Moritz, 1980)の手法に従い、凝縮質量としては地形質量のみを扱う。なお、地形の密度については2,670 kg/m<sup>3</sup>の一定と仮定した。

## データと方法

使用した重力データは、米国測地局(NGS)から提供された59,303点の地上重力データと5,975点の航空重力データである。全球重力場モデルとして、XGM2016モデル(Pail et al., 2017)を719次まで使用した。数値標高モデル(DEM)は、SRTM v4.1(Jarvis et al., 2008)の3秒、1分、1度のグリッドデータである。ジオイド計算結果の精度評価を行うための検証データは、NGSのGeoid Slope Validation Survey 2017(GSVS17)によって取得された223点のGNSS/水準データ(実測ジオイドデータ)であり、約1.5cmの精度を持つ(van Westrum et al., 2021)。GSVS17の水準標高データは近似的な標高(ヘルメルト高)で

あるため、Flury and Rummel(2009)の式を用いて厳密な正標高に変換した。ジオイド計算手法は、除去復元-UNBストークス・ヘルメルト法である(e.g. Huang and Véronneau, 2013)。

## 結果と考察

表1に凝縮深度0~100kmのジオイド計算結果と実測ジオイドデータとの間の較差の統計を示す。ジオイド較差の標準偏差 (STD) は、深度40kmで最も小さくなり、さらに深度が大きくなることで較差も大きくなる傾向が見られた。この結果から、コロラド州におけるジオイド計算の最適な凝縮深度は約40kmと言える。凝縮深度の最適値は、地形質量塊の除去/凝縮で生成される化成重力場の構造と間接効果の規模に依存する。ジオイド決定精度は、化成重力場が滑らかであるほど高く、間接効果が小さいほど高い。前者は、積分処理を伴う下方接続とストークス積分の誤差を低減させるためであり、後者は、DEMと地形密度の誤差の影響を低減させるためである。凝縮深度に対する化成重力場（地表面でのヘルメルト重力異常）の標準偏差は、深度40kmで15.05mGalの最小値、深度100kmで18.67mGalの最大値となった。一方、凝縮深度に対する間接効果の標準偏差は、深度0kmで0.15mの最小値、深度100kmで4.32mの最大値となった。化成重力場の平滑化による計算精度の向上と間接効果の増大による計算精度の低下のバランスから、コロラド州では凝縮深度40kmが最適値となったと考えられる。

地形質量塊の凝縮深度と化成重力場の平滑化の関係は、その地域の地下質量構造に依存する。フリーエア重力異常から地形質量の重力効果を除去するとブーゲ重力異常となり、これに凝縮地形質量塊の重力効果を加えるとヘルメルト重力異常となる。ブーゲ重力異常は地下の質量構造を反映するもので、コロラド州のような安定陸塊に位置する高山域では、アイソスタシーで生じた地殻の根による負の重力異常が見られる。アイソスタシーが成立している場合、地形質量塊と地殻の根による質量欠損はおおよそバランスする。そのため、凝縮地形質量塊を地殻の根の近くに格納することで、質量欠損による負の重力異常が打ち消され、滑らかなヘルメルト重力異常が生み出される。地震波トモグラフィー (Laske et al., 2013) によると、コロラド州の地殻の根の深さ(モホ面の深さ)は約43kmである。すなわち、凝縮深度40kmは地球物理的な解釈からも妥当であると言える。

表 1: 凝縮深度 0~100km のジオイド計算結果と実測ジオイドデータとの間の較差の統計。なお、平均較差は除去している。

	Min. (cm)	Max. (cm)	Range (cm)	STD (cm)
D=0km	-8.69	4.97	13.66	<b>2.53</b>
D=20km	-5.57	3.83	9.41	<b>1.98</b>
D=40km	-5.28	3.95	9.23	<b>1.95</b>
D=60km	-5.63	4.56	10.19	<b>2.13</b>
D=80km	-6.39	5.68	12.07	<b>2.62</b>
D=100km	-7.30	7.68	14.98	<b>3.45</b>